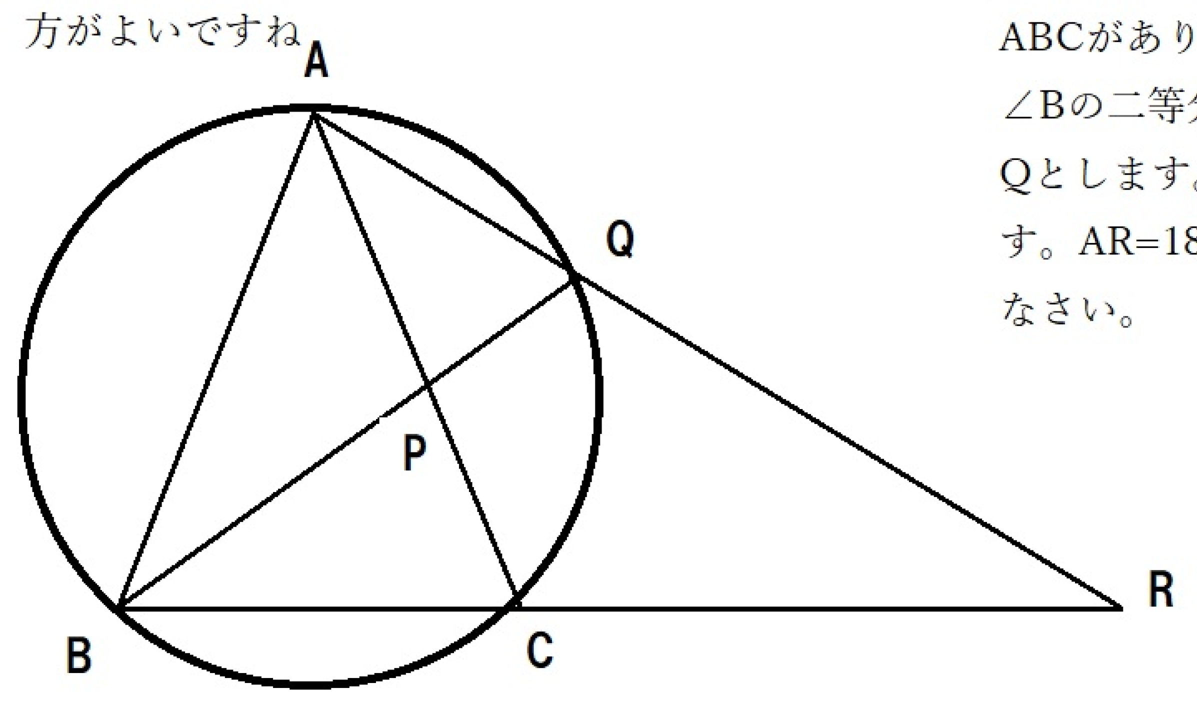
平成6年度滝川第2高校の入試、数学3の問題、方べきの定理くらいは勉強しておいた方がよいですね



3 左の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCがあります。∠Bの二等分線とACの交点をP，∠Bの二等分線と3点A, B, Cを通る円との交点をQとします。直線AQと直線BCの交点をRとします。AR=18㎝、BR=15㎝の時、次の各問いに答えなさい。

（1）∠BAC=a°とする時、∠ARBの大きさをaを用いて表しなさい。

（2） QRの長さはABの長さの何倍か求めなさい。

（3） ABの長さを求めなさい。

(1) 角ARBを a を用いて表す

三角形ARBにおける外角の性質を利用します。
角ARBは以下のように計算できます：

$$\angle ARB = 180^\circ - 135^\circ + \frac{3a}{4} - a = 45 - \frac{1}{4}a$$

計算すると：

$$\angle ARB = 45^\circ - \frac{a}{4}$$

(2) QRの長さはABの長さの何倍か

条件と図形の特徴

- 三角形ABCは **二等辺三角形**（AB = AC）。
- 点Pは辺ACの垂直二等分線上にある。
- 点Qは三角形ABCの外接円の中心。
- QRはABに対して何倍かを問うている。

手順

1. **外接円の性質を考える**
   QRは外接円の半径であるため、ABとQRの関係を式に表します。
2. **外接円の中心(Q)の位置と関係**
   二等辺三角形の場合、外接円の中心は三角形の頂点から均等に分布されることを考慮します。
3. **QRとABの比を計算する**
   幾何学的関係を利用すると、QRとABの長さの比は次のように求められます：

$$\mathrm{QR} : \mathrm{AB} = \frac{5}{6}$$

結論

QRの長さはABの長さの $\frac{5}{6}$ 倍です。

(2) QRの長さはABの長さの何倍か

条件と図形の特徴

- 三角形ABCは **二等辺三角形**（AB = AC）。
- 点Pは辺ACの垂直二等分線上にある。
- 点Qは三角形ABCの外接円の中心。
- QRはABに対して何倍かを問うている。

手順

1. **外接円の性質を考える**
   QRは外接円の半径であるため、ABとQRの関係を式に表します。
2. **外接円の中心(Q)の位置と関係**
   二等辺三角形の場合、外接円の中心は三角形の頂点から均等に分布されることを考慮します。
3. **QRとABの比を計算する**
   幾何学的関係を利用すると、QRとABの長さの比は次のように求められます：

$$\mathrm{QR} : \mathrm{AB} = \frac{5}{6}$$

結論

QRの長さはABの長さの $\frac{5}{6}$ 倍です。

失礼いたしました。問３の解き方に勘違いして、高校の余弦定理を使ってしまいましたので、改めて、中学数学レベルでの解き方を提示いたします。
BQが∠RBAの二等分線になっていることに着目し、RB:BA=RQ:QA、ここで
RQ=Xであり、三角形RACは二等辺三角形なので、BQ=X、又、ン角形BQAも二等辺三角形なので、BQ=AB=Xとなる、
故に、RB:BA=RQ:QA→15：X=X::（18-X）
15（18-X）=X*X
X*X+15X-270=0、これを解の公式で解くと、 $x = \dfrac{-15 + 3\sqrt{145}}{2}$ となる。